EL PROBLEMA DEL RETRASO PEDAGOGICO EN LA ESTANDARIZACION DE PRUEBAS

Por *Alberto W. Stahel*

1.—*PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA*

Al tratar de estandarizar las pruebas que estamos usando en el Departamento de Psicología, en vista de calcular normas de edad válidas para El Salvador, nos topamos constantemente con el problema del retraso pedagógico, tan frecuente y grave en nuestro ambiente. En otro artículo se dará cuenta de la gravedad del problema, considerándolo desde el punto de vista psicopedagógico, y presentando estadísticas elocuentes. Aquí sólo nos interesa estudiar los efectos que tiene tal situación en la elaboración estadística de pruebas mentales.

A primera vista, el retraso pedagógico no tiene nada que ver con las normas de edad. Es un axioma básico de la psicometría el que las normas no han de calcularse en base de unidades pedagógicas (grados o cursos escolares), sino en base a grupos de misma edad cronológica. No importa, pues, en qué grado o curso esté un sujeto, siempre se lo coloca, para la elaboración estadística de la prueba, en un mismo grupo con sus contemporáneos. (Esto vale, claro está, para el trabajo estadístico; para el examen no vamos a desorganizar a toda una escuela, sacando de sus aulas a todos los niños de misma edad para reunirlos en un salón especial; se pueden examinar perfectamente con su grado o curso, arreglándose después las pruebas recibidas de acuerdo con la edad). Constituidos los grupos de edad, se computa el promedio (o la mediana, si se prefiere) por cada grupo, eventualmente se calcula una ecuación de regresión y de acuerdo con ella, se suavizan los valores obtenidos hasta obtener una curva de regresión pulida y presentable en público. He aquí, en síntesis, el procedimiento recomendado por los manuales de estadística psicológica.

Desgraciadamente, la realidad no es tan sencilla. En todas las pruebas que hemos pasado en gran escala, hemos encontrado siempre lo mismo:

mientras entre los distintos niveles pedagógicos hay diferencias muy significativas de rendimiento y una curva de regresión bastante regular, los niveles de edad presentan una curva de regresión muy confusa, sin tendencia clara, siendo las diferencias entre grupos de edad vecinos, unas veces enormes, y otras veces casi nulas; hasta ocurren inversiones, donde a un nivel de edad superior le corresponde un promedio inferior.

Para demostrar con evidencia numérica lo que acabamos de decir, citemos los resultados obtenidos con el Test Illinois en dos escuelas secundarias, arreglando los promedios por grupos de edad (tabla Nº 1) y por cursos (tabla Nº 2).

TABLA Nº 1

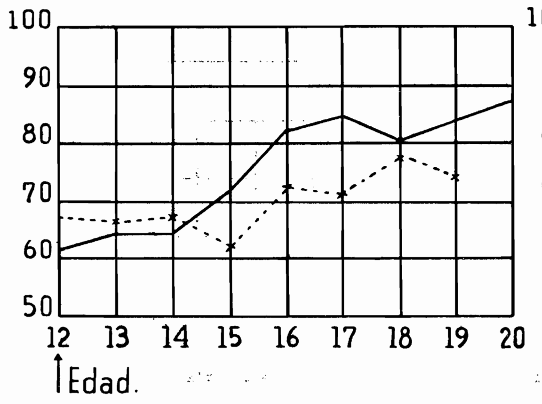
Edad.	Escuela A.	Diferencias.	Escuela B.	Diferencias.
20	87.36	+ 3.97	——	——
19	83.39	+ 3.01	74.50	— 3.33 (!)
18	80.38	— 5.53 (!)	77.83	+ 6.15
17	85.91	+ 3.80	71.68	— 1.99 (!)
16	82.11	+ 9.91	73.67	+ 9.77
15	72.20	+ 6.59	63.90	— 3.84 (!)
14	65.61	+ 1.11	67.74	+ 1.88
13	64.50	+ 2.73	65.86	— 1.97 (!)
12	61.77		67.83	

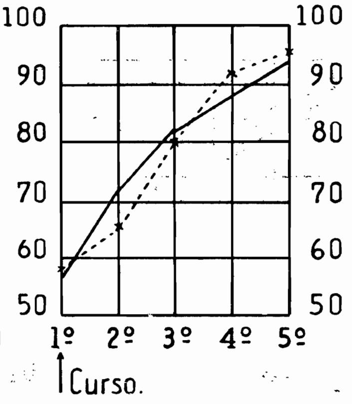
TABLA Nº 2

Curso.	Escuela A.	Diferencias.	Escuela B.	Diferencias.
5º	95.04	+ 5.61	96.72	+ 5.26
4º	89.43	+ 6.65	91.46	+10.96
3º	82.78	+10.58	80.50	+14.91
2º	72.20	+14.47	65.59	+ 6.88
1º	57.73		58.71	

Más elocuentes todavía serán las representaciones gráficas en forma de curvas. Representamos en la gráfica Nº 1, la curva por edad de las dos escuelas y en la gráfica Nº 2, la curva por cursos. (—Escuela A, —Escuela B.)

Illinois. Gráfica Nº 1. Gráfica Nº 2.





Salta a la vista la diferencia entre las dos curvas, regular la por cursos, sobre todo en la escuela *A* donde hay una típica regresión con aceleración negativa, siendo cada vez menores las diferencias entre cursos a medida que se progresa hacia los cursos superiores; pero también da una impresión regular la de la escuela *B*, con su forma ojival.

La curva por edades, al contrario, es muy irregular, sobre todo la de la escuela *B* que es un constante sube y baja, sin ninguna tendencia definida. La de la Escuela "A" demuestra una clara tendencia ascendente entre los 14 y los 17 años, y también entre los 18 y los 20 años; pero entre los 17 y los 18 años hay una ruptura inexplicable, y más abajo de los 14 años las diferencias son muy pequeñas.

Obsérvese además que la diferencia entre el punto mínimo y el punto máximo de la curva es mucho mayor en el caso de la curva por cursos que en la curva por edades, y eso en cuatro intervalos sucesivos (para la curva por cursos) contra ocho que tiene la curva por edades. En la escuela A, por ejemplo, la diferencia entre los promedios del primero y del quinto curso es de 95.04 — 57.73 = 37.31 puntos, mientras la diferencia entre los 12 y los 20 años es sólo de 25.59 puntos, y si tomamos 5 niveles de edad sucesivos que correspondan a los 5 cursos, o sea aquellos donde la curva asciende más, de 13 a 17 años, la diferencia de promedios es de sólo 21.41 puntos. Dicho de otro modo, la diferencia entre dos cursos sucesivos es en un promedio de 9.33 puntos, y entre dos edades sucesivas de 5.35 puntos.

¿Qué significa esto para nuestro problema de estandarización? Pues simplemente que el rendimiento intelectual se diferencia mejor según los niveles pedagógicos que según los niveles de edad. Este fenómeno exige un estudio en tres direcciones:

1º ¿A qué se debe la discrepancia entre la regresión por niveles de edad y la regresión por niveles pedagógicos?

2º ¿En qué medida se puede utilizar la regresión por niveles pedagógicos para corregir las deficiencias de la regresión por edades?

3º ¿Cómo se podrá mejorar la selección de la muestra para la aplicación de pruebas en lo sucesivo en vista de obtener grupos de edad más representativos?

2.—*CAUSAS DEL FENOMENO*

El camino de seguir en la investigación de las causas del fenómeno nos lo indicó el examen de admisión practicado entre los candidatos para ingresar a la Universidad.

Al analizar los resultados del examen, según niveles de edad, nos encontramos, a nuestra sorpresa, con los promedios siguientes:

TABLA Nº 3

Años.	Media.
21	90.83
20	95.07
19	100.76
18	102.81
17	112.05

Es decir que estamos en presencia de una correlación negativa (el coeficiente de correlación de Pearson es $r = -.283$), o sea que a medida que aumenta la edad, va bajando el rendimiento.

Ahora bien, en el caso del examen de ingreso a la Universidad, el nivel pedagógico de los candidatos es igual, ya que todos han terminado sus estudios preuniversitarios, quedando como única variable independiente, la edad. La conclusión de nuestro hallazgo, que nos ha de servir de hipótesis de trabajo para lo que sigue, se podrá formular pues así: Manteniendo constante el nivel pedagógico, el rendimiento intelectual está inversamente correlacionado con la edad.

Para comprobar el fenómeno, analicemos la composición de la escuela A, según cursos y edades (tabla Nº 4) y los promedios obtenidos por los grupos de misma edad que están en un mismo curso (tabla Nº 5).

TABLA Nº 4.—Correlación entre edad y Curso.

Curso \ Edad	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Total
5º						4	17	12	10	6	3	1	1	2	56
4º					6	21	22	12	5	1					67
3º				6	21	33	16	5	3						84
2º			8	26	49	27	6	5							121
1º	1	11	39	40	24	9	1								125
Total	1	11	47	72	100	94	62	34	18	7	3	1	1	2	453

TABLA Nº 5: Promedios de grupos de misma edad y misno nivel pedagógico (entre paréntesis los promedios calculados con grupos de menos de 10 sujetos).

Curso \ Edad	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Promedio de Curso
5º					(102.00)	(103.32)	102.00	87.50	(92.83)	95.04
4º				(106.17)	99.24	85.75	79.50	(80.50)		89.43
3º			(77.80)	85.93	86.32	76.38	(52.50)			82.78
2º		(67.00)	76.81	73.28	70.43	(71.17)				72.20
1º	61.77	63.99	56.50	49.50	(52.28)					57.73
Promedios de edad	61.77	64.50	65.61	72.20	82.11	85.91	80.38	83.39	87.36	75.27

La tabla Nº 4 nos enseña que en cada curso hay por lo menos 6 niveles de edad distintos, entre los cuales 3 (entre las líneas oblicuas) son los representados con mayor frecuencia.

Tomando únicamente los grupos de mayor frecuencia y localizándolos en la tabla Nº 5 (los 3 números de enmedio, de cada renglón), veremos que con la excepción del 3er. curso, se cumple en cada nivel pedagógico la ley antes hallada de la correlación negativa entre la edad y el rendimiento intelectual. Atendiendo, en vez de los renglones, a las columnas, se notará que en cada nivel de edad hay un claro ascenso en los resultados, de un curso al próximo superior, el cual se verifica sin excepción hasta en los grupos pequeños. Hallamos pues aquí, lo que ya notamos al principio, una fuerte correlación positiva entre el rendimiento intelectual y el nivel pedagógico.

Al mismo resultado podríamos haber llegado mediante un procedimiento más abstracto que se conoce bajo el nombre de correlación parcial. El coeficiente de correlación parcial mide la correlación existente entre 2 factores, manteniendo constante un tercer factor. En nuestro caso, cabe hacer dos preguntas:

a) ¿Cuál sería la correlación entre el rendimiento en el Test Illinois y la edad, eliminando la influencia del nivel pedagógico?
b) ¿Cuál sería la correlación entre el rendimiento en el Test Illinois y el nivel pedagógico, manteniendo constante la edad?

Una 3ª pregunta (¿Cuál sería la correlación entre edad y nivel pedagógico, manteniendo constante el rendimiento intelectual?), si bien es posible formularla en teoría, carece de valor práctico para nuestra investigación.

La fórmula del coeficiente de correlación parcial del 1er. grado es:

$$r_{12.3} = \frac{r_{12} - (r_{13}\ r_{23})}{\sqrt{(1 - r^2_{13})(1 - r^2_{23})}}$$

(Correlación entre factores 1 y 2, manteniendo constante el factor 3)

En nuestro caso los factores son:

1º Rendimiento en el Test Illinois,

2º Edad,

3º Curso.

Nuestros cálculos nos dan:

Correlación entre	Coeficiente de Correlación	Coeficiente de correlación parcial
Illinois — edad	r12 = + 2.81	r12.3 = — .284
Illinois — Curso	r13 = + .600	r13.2 = + .600
Edad — Curso	r23 = + .728	(r23.1 = + .729)

Con respecto a las correlaciones parciales se observarán tres casos:

a) La correlación entre el rendimiento en el Test Illinois y el nivel pedagógico (r13) queda igual al mantener constante el factor edad; dicho de otro modo, la edad no influye en la correlación existente entre el rendimiento intelectual y el nivel pedagógico.

b) La correlación entre el rendimiento en el Test Illinois y la edad (r12), de positiva, se vuelve negativa al mantener constante el nivel pedagógico; dicho de otro modo, la correlación positiva entre el rendimiento intelectual y la edad se debe única y exclusivamente a la alta correlación positiva existente entre la edad y el nivel pedagógico. Los alumnos de más edad son más inteligentes en un promedio porque están en un nivel pedagógico superior.

c) La correlación parcial entre rendimiento intelectual y edad (—.284) corresponde exactamente a la correlación obtenida entre los candidatos de la Universidad (—.283).

El análisis de los datos nos enseña que en nuestro medio ambiente no tiene validez —o por lo menos, ha de matizarse bastante para tener validez— el axioma básico de la psicometría según el cual "el rendimiento intelectual depende de la edad, no del nivel pedagógico", y que sirve de base al postulado que dice que "las pruebas de inteligencia se han de estandarizar en base a grupos de edad y no a grupos de mismo nivel pedagógico". Pues vemos claramente que la influencia de la edad interfiere con la del nivel pedagógico, y haciendo a un lado este útimo, llegaríamos a establecer normas al revés, bajando de un grupo de edad al próximo superior. Reservando a la próxima sección el problema práctico de estudiar cómo se pueden calcular normas de edad en tales condiciones, dediquémonos por el momento a analizar las causas de este fenómeno.

El fenómeno se analiza con mayor claridad en el grupo de candidatos a la Universidad. Según nuestras costumbres y leyes, la edad normal en que se ingresa a la Universidad es de 18 años, según resulta del siguiente cuadro:

Ingreso a Primaria a los 7 años; escolaridad 6 años;
Ingreso a Secundaria a los 13 años; escolaridad 5 años;
Ingreso a la Universidad a los 18 años.

Quien ingresa a la Universidad a los 17 años, debe de haber iniciado sus estudios de primaria con un año de adelanto; para hacerlo, debe de haber sido necesariamente un muchacho más inteligente que la mayoría de sus coetáneos. El grupo de candidatos universitarios de 17 años estará, pues, integrado, por definición, por los estudiantes más inteligentes. Nada de extrañar, en consecuencia, el que se destaquen por su promedio superior en el test de inteligencia.

El grupo de los de 18 años corresponde a los candidatos de escolaridad normal que han iniciado sus estudios a la edad reglamentaria y los han llevado a cabo sin tropiezos. Son muchachos de inteligencia algo superior a lo normal, ya que el cursar con éxito los estudios de secundaria presupone aptitudes especiales.

Todos los demás grupos de edad son retrasados pedagógicos. Claro está que el retraso pedagógico no significa necesariamente un nivel mental inferior, sino que puede ser motivado por las más variadas circunstancias ambientales. Sin entrar en la discusión de tales circunstancias, distingamos dos casos posibles;

a) El retraso se debe a la iniciación tardía de los estudios;

b) El retraso se debe a una interrupción del curso normal de los estudios.

Prescindiendo de factores ambientales, la iniciación tardía de los estudios es posible que se deba a un desarrollo insuficiente del niño. En tal caso, el niño habría dado pruebas de subnormalidad desde un principio; es raro encontrarlos entre los candidatos universitarios, pero ocurre que con suerte y protección llegan hasta el bachillerato. El ingreso tardío a la escuela primaria es motivado con mayor frecuencia por la indiferencia cultural de los padres, y hasta se puede decir que la incultura de los padres está siempre vinculada con el retraso escolar inicial, ya que los padres interesados en el progreso cultural tratan de llevar a sus hijos a la escuela lo más pronto que puedan. En la inmensa mayoría de los casos, pues, el niño que ingresa a Primer grado con retraso, proviene de un ambiente donde no recibe ningún estímulo intelectual; aun cuando tiene buena capacidad intelectual, es presumible que no la aprovechará enteramente y que ésta sufre una atrofia parcial. Su rendimiento quedará inferior a su capacidad nativa, y el rendimiento, no la capacidad, es lo que miden las pruebas psicológicas.

Igual cosa ocurre en el que ha tenido que interrumpir temporalmente sus estudios. Si es por haber sido aplazado, no es esto precisamente una prueba de alta inteligencia. Si es por factores ambientales (por haber tenido que trabajar, etc.), habrá vivido en un ambiente desfavorable, hostil al desarrollo intelectual.

Así se explica el hecho sorprendente de que a mayor edad le corresponde un promedio inferior en el test; el adelanto pedagógico y el nivel pedagógico normal están vinculados con inteligencia alta y factores ambientales favorables. El retraso pedagógico, con inteligencia deficiente y factores ambientales desfavorables.

Ahora bien, se podría objetar que en cualquier intento de estandarizar test, se usan siempre grupos de edad de inteligencia variable, entre muy inteligentes y normales hasta deficientes mentales. No sufre de ello la escala de normas ya que en cada nivel de edad están representados todos los grados de inteligencia. ¿Qué ocurre con nuestra población en ese respecto?

Comparemos nuevamente la tabla Nº 4. Observemos el grupo de los 12 años. Tenemos 11 muchachos que están en Primer Curso, ¿Y los demás? Pues, están todavía en Primaria. De los de 12 años tenemos pues solamente los que son más inteligentes. Igual ocurre con los de 13, todavía con los de 14 años. Entre los de 15, 16, 17 años el grupo es más o menos completo. Pero ya a los 17, y en forma muy patente a partir de los 18 y 19 años, los mejores se han marchado; ya han sacado su bachillerato y se encuentran en la Universidad. De tal modo que la muestra de que disponemos queda trunca; en los niveles de edad inferiores sólo tenemos los más inteligentes, al paso que en los niveles superiores nos quedamos con los más tontos.

A la luz de este análisis no nos extraña ya la Gráfica Nº 1. Allí vimos que la línea de regresión es regular y diferencia bien entre los 14 y los 17 años que corresponden a los niveles de edad donde disponemos de grupos completos. Más abajo de los 14 años, la curva es casi horizontal. ¿Cómo podría ser distinto si allí tenemos tan sólo a los más inteligentes cuya inteligencia corresponde a la de un niño de 14 ó 15 años? Igualmente, si más allá de los 17 años la curva baja o tiende a permanecer estacionaria, es porque los mejores se han marchado ya de la escuela que investigamos, dejando en el grupo examinado sólo a los de nivel intelectual algo inferior.

Dicho en forma más técnica; la muestra de que disponemos no ha sido seleccionada al azar, ni según principios racionales de estratificación o emparejamiento, sino que ha intervenido en su selección un factor no controlado que es el retraso pedagógico.

Nos interesa ver ahora, en la próxima sección, qué metodos nos permiten calcular normas de edad en base a la muestra que tenemos, a pesar de ser trunca, y luego, en la última sección, cómo podremos contrarrestar la acción selectiva del retraso pedagógico en estandarizaciones sucesivas y cuáles son las dificultades y limitaciones de un muestreo satisfactorio en nuestro medio ambiente.

3—*EL CALCULO DE LAS NORMAS DE EDAD*

¿Cómo podremos calcular normas de edad válidas en las presentes circunstancias? No podemos basarnos única y exclusivamente en la edad, haciendo a un lado el nivel pedagógico ya que éste interfiere con la influencia de aquélla. Tampoco hemos de basarnos en el nivel pedagógico, prescindiendo de la edad, ya que esto es contrario a los postulados de la psicometría. De alguna manera, el nivel pedagógico habrá de tomarse en cuenta, ¿pero cómo?

Para resolver el problema, hemos de representarnos exactamente las condiciones de selección de la muestra. Por razones prácticas hemos examinado una escuela, con todos sus cursos, teniendo pues los niveles pedagógicos cabales. Lo que es incompleto, son los grupos de edad extremos que tienen sus representantes más representativos fuera de la escuela. Se nos han escapado los retrasados pedagógicos de las edades inferiores y los adelantados de las edades superiores.

No nos ocupa por ahora el problema de si los podríamos haber tomado en cuenta y por qué medios (que será el tema de la última sección). El hecho es que no los tenemos y no nos queda sino arreglárnoslas con la muestra de que disponemos. Pero mirándolo bien, esta muestra contiene todos los niveles pedagógicos: están los adelantados que ingresan a los 12 y salen de bachilleres a los 17 años y están los retrasados de todos los grados que ingresan, por ejemplo a los 15 y salen a los 20 años. Lo que tenemos que hacer, es, en vez de buscarlos en un grupo de edad donde quizá no estén, seguirlos a través de sus estudios. Hemos de comparar, en el grupo normal, los que ingresan a los 13 años a Primer Curso con los que están en 2º a los 14, en 3º a los 15, etc.

Tomando las tablas Nos. 4 y 5, comparemos los datos siguiendo líneas oblicuas como las indicadas en la tabla Nº 4. Entonces estaremos comparando grupos de edad que están en las mismas condiciones con respecto al nivel pedagógico: los adelantados entre sí, los normales entre sí, los de un año de retraso entre sí, etc.

Este trabajo está realizado, empíricamente, en la tabla Nº 5. Sin embargo, al seguir los datos de esta tabla según la línea oblicua indicada, comprobemos notables irregularidades (por ejemplo de los de 16 años en 3er. Curso, a los de 17 años en 4º Curso, el nivel va bajando), imputables, probablemente, al escaso número de sujetos en cada grupo. Estas irregularidades hacen casi imposible observar una ley de regresión de los resultados con respecto a la edad y el nivel pedagógico juntos.

Una vía para salvar la dificultad sería calcular el promedio de las diferencias entre cada par de niveles de edad + pedagógicos y determinar así una curva de regresión por cada grupo en determinada situación pedagógica.

Tenemos, sin embargo, un procedimiento mucho más elegante, basado en el cálculo de la correlación parcial: la ecuación de regresión múltiple, cuya fórmula básica es:

$$X'_1 = a + b_{12.3}X_2 + b_{13.2}X_3$$

siendo

$$b_{12.3} = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)\left(\frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{1 - r^2_{23}}\right)$$

$$b_{13.2} = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)\left(\frac{r^{13} - r_{12}r_{23}}{1 - r^2_{23}}\right)$$

$$a = M_1 - b_{12.3}M_2 - b_{13.2}M_3$$

en nuestro caso es:

X_1 = test Illinois	$M_1 = 75.2709$	$\sigma_1 = 22.7244$	$r_{12} = +.281$
X_2 = edad	$M_2 = 16.1123$	$\sigma_2 = 1.9383$	$r_{13} = +.600$
X_3 = curso	$M_3 = 2.0661$	$\sigma_3 = 1.3566$	$r_{23} = +.728$

Lo que nos da la fórmula

$$X_1 = 108.7746 - 3.8865\ X_2 + 14.0926\ X_3$$

o sea que a partir de una base de 108.7746 puntos para el hipotético caso de un alumno de 0 años en 0 curso, se restan 3.8865 puntos por cada año de edad y se suman 14,0926 puntos por cada curso ganado. Obtenemos así los siguientes valores teóricos:

TABLA Nº 6

Edad / Curso	12	13	14	15	16	17	18	19	20
5º					108.06	104.18	100.29	96.40	92.52
4º				97.86	93.97	90.08	86.20	82.31	
3º			87.65	83.77	79.88	75.99	72.11		
2º		77.45	73.56	69.67	65.79	61.90			
1º	67.24	63.35	59.47	55.58	51.69				

NOTA a la tabla Nº 6. Tómese en cuenta, para el cómputo, que el grupo de edad de 16 años tiene en realidad un promedio de 16½ años, y si queremos comparar los datos

Si en un mismo grupo de edad, de un curso al próximo superior, hemos de aumentar 14.0926 puntos, y en un mismo curso, de un nivel de edad al próximo superior, restamos 3.8865 puntos, colígese de ahí que al subir conjuntamente un año de edad y un curso, es decir, al pasar de un grupo de edad al próximo superior que esté en misma situación pedagógica (con el mismo grado de adelanto o retraso), hemos de aumentar

$$14.0926 - 3.8865 = 10.2061 \text{ puntos,}$$

o sea, en cifras redondas, hay 10 puntos de diferencia de un nivel de edad al próximo superior que esté en misma situación pedagógica. Estos 10 puntos de diferencia nos servirán de pauta para establecer las normas de edad para el Test Illinois.

Sin embargo, hemos dejado a un lado dos problemas con los cuales tenemos que cargar ahora. El primero es el de investigar si la "ley de los 10 puntos de diferencia", obtenida por operaciones matemáticas, está acorde con los hechos; el segundo, el de buscar un punto fijo que nos permita pasar del dato relativo de los 10 puntos de diferencia a normas absolutas.

Veamos primero si la relación hallada matemáticamente está o no en acuerdo con los hechos. Para este fin, comparemos entre sí las tablas Nos. 5 y 6. Por simple inspección se notará que las diferencias realmente obtenidas son mayores en los niveles inferiores que en los superiores. Las aparentes excepciones en los niveles superiores provienen de dos accidentes debidos quizá al muestreo, en los grupos de los 17 años en 4º Curso y los de 15 años en 3er. Curso, donde los promedios son menores que lo que teóricamente cabe esperar. Si efectivamente las diferencias son menores en los niveles superiores que en los inferiores, se trata de un fenómeno de aceleración negativa, la que se puede calcular por medio de una ecuación de regresión múltiple de 2º grado o una ecuación logarítmica de regresión múltiple.

Sin entrar en los pormenores de tal procedimiento, damos a continuación (tabla Nº 7) los valores obtenidos y los distintos ajustes calculados para los tres grupos comprendidos entre las líneas oblicuas de la tabla Nº 4, o sea:

---

teóricos calculados con los datos empíricos de la tabla Nº 5, hemos de sustituir X2, en la fórmula, no por años cabales, sino por años y medio, o sea sucesivamente, 12.5, 13.5, 14.5, etc. Igual cosa sucede con los cursos; el estudiante de 3er. Curso ha cursado en la escuela 2½ años; en consecuencia, para calcular los valores correspondientes al 3er. Curso, sustituimos X3, por 2.5, etc.

Grupo I: pedagógicamente bien situados,

Grupo II: 1 año de retraso,

Grupo III: 2 años de retraso pedagógico.

TABLA Nº 7

Ecuaciones de regresión.

Ecuación linear:

$$X'_1 = + 108.7746 - 3.8865 \quad X_2 + 14.0296 \quad X_3$$

Ecuación de 2º Grado:

$$X'_1 = + 25.1653 + 5.3812 \quad X_2 - 0.2676 \quad X_2^2 + 21.6817 \ X_3 - 1.7872 \, X_3^2$$

Ecuación logarítmica:

$$X'_1 = + 177.9594 - 122.6122 \, (\log X_2) + 100.9062 \, [\log \, (X_3 + 1)]$$

Curso	Edad	Promedio obtenido	Regresión múltiple linear	Ajuste de 2º Grado	Ajuste logarítmico
GRUPO I					
5º	17	103.32	104.18	98.76	100.25
4º	16	99.24	93.97	95.09	94.59
3º	15	85.93	83.77	87.85	86.91
2º	14	76.81	73.56	77.57	75.72
1º	13	63.99	63.35	64.25	57.14
GRUPO II					
5º	18	102.00	100.29	94.51	97.30
4º	17	85.75	90.08	91.38	91.46
3º	16	86.32	79.88	84.14	83.58
2º	15	73.28	69.67	73.32	72.17
1º	14	56.50	59.47	59.47	53.33

GRUPO III

5º	19	87.50	96.40	89.72	94.49
4º	18	79.50	86.20	87.12	88.50
3º	17	76.38	75.99	80.42	80.45
2º	16	70.43	65.79	69.60	68.84
1º	15	49.50	55.58	55.21	49.78

Atendiendo, por el momento, únicamente a las diferencias entre los niveles cronológico-pedagógicos y calculando, a manera de aproximación, los promedios entre tales diferencias (sin aplicarles pesos diferenciales) obtenemos los datos de la tabla Nº 8.

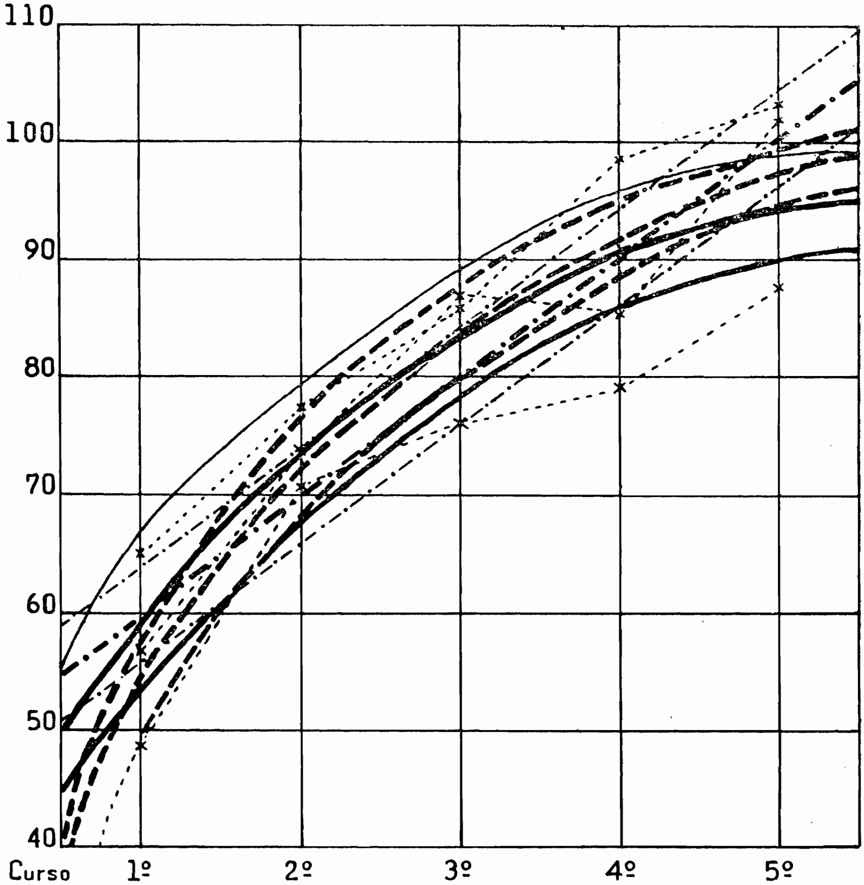
TABLA Nº 8

DIFERENCIAS	Promedios obtenidos	Interpolación en los promedios obtenidos	Regresión linear	Ecuación de 2º Grado	Ecuación logarítmica
Entre 5º y 4º Nivel	9.44	5.94	10.21	3.13	5.83
Entre 4º y 3er. Nivel	5.29	8.80	10.20	7.06	8.87
Entre 3º y 2º Nivel	9.37	11.66	10.21	10.64	11.40
Entre 2º y 1er. Nivel	16.82	14.52	10.20	13.85	18.83
Entre 5º y 1er. Nivel	40.94	40.92	40.82	34.69	43.93

La tabla demuestra a las claras, con excepción de la regresión linear, por supuesto, y de una pequeña irregularidad en los datos obtenidos (corregida en la interpolación), la tendencia a la aceleración negativa. Este hecho saltará todavía más a la vista en la representación gráfica (véase Gráfica Nº 3).

GRAFICA Nº 3

Diversos ajustes de los resultados obtenidos en tres niveles pedagógicos distintos.



Edad					
GRUPO I	13	14	15	16	17
GRUPO II	14	15	16	17	18
GRUPO III	15	16	17	18	19

------x------ Datos obtenidos
—·—·—·—·— Ajuste linear
———————— Ajuste de 2º Grado
— — — — — — Ajuste logarítmico
Líneas fuertes: Grupo II
Líneas débiles: Grupo I (superior) y III (inferior)

Se observará que las líneas de regresión múltiple, rectas y paralelas, a igual distancia una de otra, simplifican demasiado los hechos. La curva de 2º grado y la logarítmica se ajustan mucho mejor a los valores obtenidos. Hacen ver plásticamente el fenómeno de la aceleración negativa, o sea el progreso cada vez más lento a medida que ascendemos de nivel cronológico-pedagógico.

Por lo demás era de esperar tal resultado. Según Binet, Terman y otros, la inteligencia se desarrolla hasta los 14 ó 15 años, siguiendo a partir de ahí una evolución mucho más lenta, si no un completo estancamiento. De ahí la regla de que se ha de tomar por base del cálculo del cociente intelectual en los adultos, una edad cronológica de 15 años que corresponde al término de la evolución intelectual. El eminente psicólogo y psiquiatra David Wechsler ha demostrado que tal concepto de la evolución intelectual, si bien encierra alguna verdad, es incompleto: no hay paro de la evolución mental, sino simplemente aceleración negativa, y eso desde la primera infancia. Lo que ocurre, es que los tests en uso hasta la fecha no eran lo suficientemente sensibles para registrar el fenómeno. Simplemente se contentaron con medir el progreso de año en año, y cuando ese progreso, por la influencia de la aceleración negativa, bajaba de cierta intensidad, lo declararon inexistente. En realidad, el progreso sigue hasta los 20 a 25 años cuando ocurre una fase en donde permanece estacionario el nivel intelectual, para ir bajando poco a poco a partir de los 30 años.

Haciendo nosotros nuestras investigaciones en muchachos de 12 a 20 años, era de esperar que en la muestra examinada ocurriría este cambio de un progreso intelectual rápido a un progreso más lento. La aceleración negativa encontrada en nuestra investigación no es pues un fenómeno aislado, peculiar de la muestra examinada, debida al azar o a factores no controlados, sino que al contrario refleja una ley general observada por todos los investigadores, y como tal la hemos de tomar en cuenta al establecer normas de edad.

Pero antes de pasar a fijar las normas, nos queda otro paso por hacer. Los tres grupos que hemos distinguido nos arrojan tres valores distintos por cada nivel de edad. ¿Cuál será el valor que vamos a elegir como norma de edad? Ha de ser un valor que sea representativo del "rendimiento normal" del respectivo grupo de edad. ¿Pero quiénes tienen rendimiento normal?

La respuesta que nos viene a la mente primero, sería: Pues aquellos que están en situación pedagógica normal, o sea, entre nuestros grupos, el grupo I. Sin embargo, a esa manera de ver se oponen dos consideraciones. En primer lugar, el principio estadístico que considera normal al mayor número; en segundo lugar, la consideración del nivel mental presupuesto por los estudios de secundaria.

Para darse cuenta de lo fundado que es la primera objeción basta hacer una tabla del número de alumnos con determinado grado de adelanto y retraso, sumando los números de la tabla Nº 4 según las líneas oblicuas:

2 años de adelanto	1
1 año de adelanto	35
Nivel pedagógico normal	124
1 año de retraso	156
2 años de retraso	89
3 años de retraso	31
4 años de retraso	13
5 años de retraso	1
6 años de retraso	1
7 años de retraso	1

Por simple inspección se colige que el grupo más numeroso corresponde a los que tienen un año de retraso pedagógico. El promedio nos da exactamente 1 año de retraso, mientras la mediana se sitúa a —.93, o sea aproximadamente 11 menos de retraso. A la luz de la estadística, hemos de considerar, pues, como grupo normal, no el pedagógicamente bien situado, sino el que tiene un año de retraso pedagógico.

Miremos la cosa desde otro ángulo de vista. Un muchaho capaz de cursar estudios de secundaria en el nivel pedagógico que corresponde a su edad, debe de poseer una inteligencia superior a lo normal. Aun considerándolo bajo este aspecto, el grupo "normal" será pues, en realidad, un grupo superior. Desde luego, para plantear el problema de la "normalidad intelectual", debíamos haber examinado una muestra representativa de la población entera, no una escuela de secundaria cuyos alumnos representan una selección intencionada según el criterio del rendimiento intelectual. Sin embargo, si nos limitamos a utilizar el test Illinois en el nivel de la enseñanza secundaria y superior —y tal será prácticamente nuestro propósito—, tenemos el derecho de estandarizarlo en base al "rendimiento intelectual normal del alumnado de segunda enseñanza". Un test tiene que ser estandarizado en la población en la cual se lo va a usar.

¿Cuál será ahora el procedimiento práctico para determinar los valores "normales"? Lo más sencillo sería tomar los datos de nuestro grupo II (los de un año de retraso) como más representativos del colectivo, ya que los alumnos examinados tienen en un promedio un año de retraso pedagógico.

Sin embargo, para guiarnos con datos más seguros, será mejor empezar por calcular una línea de regresión múltiple que pase por el punto correspondiente al alumno promedio.

El alumno promedio será el que a los 16.1123 años haya estudiado 2.0661 cursos (que son los promedios de edad y de escolaridad). Aumentándose por cada año de edad un año de escolaridad, resulta que el "alumno promedio" habrá cursado, a los 16 años cabales, $2.0661 - 0.1123 = 1.9538$ cursos de escolaridad secundaria. A los 14 años cabales, su escolaridad sería de -0.0462, o sea que no habría ingresado todavía a la escuela.

Sustituyendo sucesivamente estos valores a los términos X_2 y X_3 de las ecuaciones de regresión múltiple obtenemos:

TABLA Nº 9

NORMAS DE EDAD CALCULADAS

Ecuaciones.

Regresión linear:

$$X'_1 = 108.7746 - 3.8865\ X_2 + 14.0926\ X_3$$

Regresión de 2º grado:

$$X'_1 = 25.1653 + 5.3812\ X_2 - 0.2675\ X_2^2 + 21.6817\ X_3 - 1.7872\ X_3^2$$

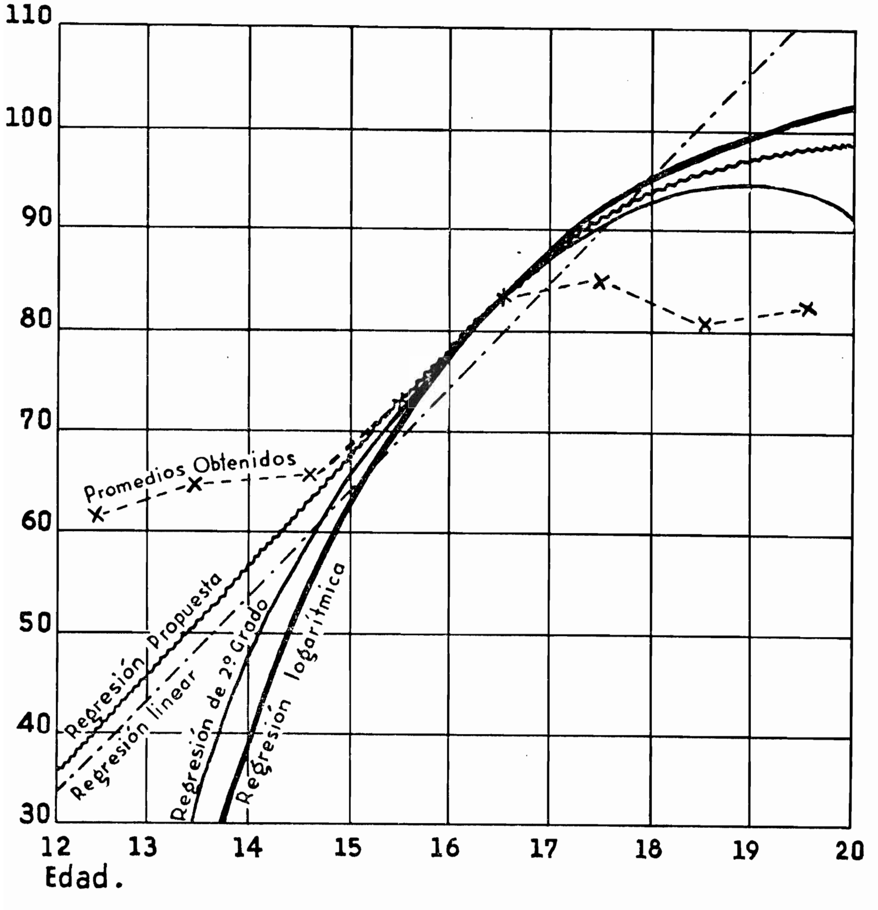
Regresión logarítmica:

$$X'_1 = 177.9594 - 122.6122\ (\log X_2) + 100.9062\ [\log (X_3 + 1)]$$

Edad	Escolaridad	Promedios obtenidos	Regresión Múltiple linear		Regresión Múltiple de 2º Gº		Regresión Múltiple logarítmica	
			X	X + 0.05	X	X + 0.5	X	X + 0.5
20	5.9538		(114.95)		(91.40)		103.42	
19.5	5.4538	(83.39)		(109.85)		(93.34)		101.50
19	4.9538		(104.74)		(94.27)		93.35	
18.5	4.4538	(80.38)		(99.64)		94.16		96.93
18	3.9538		94.54		93.03		94.17	
17.5	3.4538	(85.91)		89.43		90.86		91.01
17	2.9538		84.33		87.69		87.34	
16.5	2.4538	82.11		79.23		83.46		83.00
16	1.9538		74.12		78.23		77.79	
15.5	1.4538	72.20		69.02		71.95		71.35
15	0.9538		63.92		64.66		63.11	
14.5	0.4538	(65.61)		58.82		56.33		(51.96)
14	-0.0462		53.71		(46.97)		(35.37)	
13.5	-0.5462	(64.50)		48.61		(36.58)		(4.76)
13	-1.0462		43.51		(25.18)			
12.5	-1.5462	(61.77)		38.40		(12.74)		
12	-2.0462		33.30		(-0.73)			

La relación entre los datos originales y los tres ajustes se verá mejor todavía en representación gráfica (véase gráfica Nº 4).

GRAFICA Nº 4: Datos de la tabla Nº 9



Entre los hechos notables que se desprenden de la gráfica Nº 4, citamos:

a) Las dos curvas coinciden entre los 15½ y los 17½ años;

b) Entre los 15½ y 16½ años —que son los dos grupos de edad que podemos considerar como prácticamente completos— las dos curvas coinciden con los promedios obtenidos:

c) Entre las mismas edades la línea de regresión linear es paralela a la recta que une los dos promedios.

Podemos deducir de ahí:

a) La recta nos da casi exactamente el desnivel de los dos grupos que podemos suponer completos;

b) En el tramo intermedio, las regresiones no lineares se ajustan más exactamente a los hechos;

c) Hacia arriba, las dos curvas se separan rápidamente; hacia abajo llegan pronto a valores negativos (para la curva de 2º grado) o irreales (para la curva logarítmica).

Un ajuste definitivo, en base a nuestro procedimiento, habría de tomar por punto de partida los hechos apuntados:

a) Entre los 15½ y los 16½ años seguirá los promedios obtenidos y entre los 16½ y los 17½ años, las curvas de 2º grado y logarítmica, lo más de cerca que sea posible:

b) de 15½ años para abajo, donde se puede suponer que la regresión es aproximadamente linear, se acercará a la línea de regresión linear;

c) de 17½ años para arriba buscará algún intermedio entre las curvas de 2º grado y logarítmica.

Una solución gráfica de este problema se ha propuesto en la misma Gráfica Nº 4.

Sin embargo, antes de decidirnos definitivamente, nos parece prudente abordar el problema todavía por dos caminos distintos.

En primer lugar y partiendo siempre del problema de la interdependencia entre los resultados en el Test Illinois, el nivel pedagógico y la edad, podríamos basarnos en los resultados por curso, considerando cada curso como un grupo pedagógico-cronológico con determinado promedio de rendimiento y determinado promedio de edad y ajustar la curva de rendimiento a tales promedios de edad. Sin entrar en los pormenores de tal procedimiento, vamos a sumarizar los datos, ecuaciones y resultados en las tablas Nos. 10 y 11.

TABLA Nº 10: Cursos, resultados y edad

Curso	Promedio de edad	Promedio obtenido	Valor ajustado
5º	18.98	95.04	94.70
4º	17.38	89.43	86.06
3º	16.95	82.78	82.97
2º	15.60	72.20	71.25
1º	14.35	57.73	57.75

Ecuación cúbica:

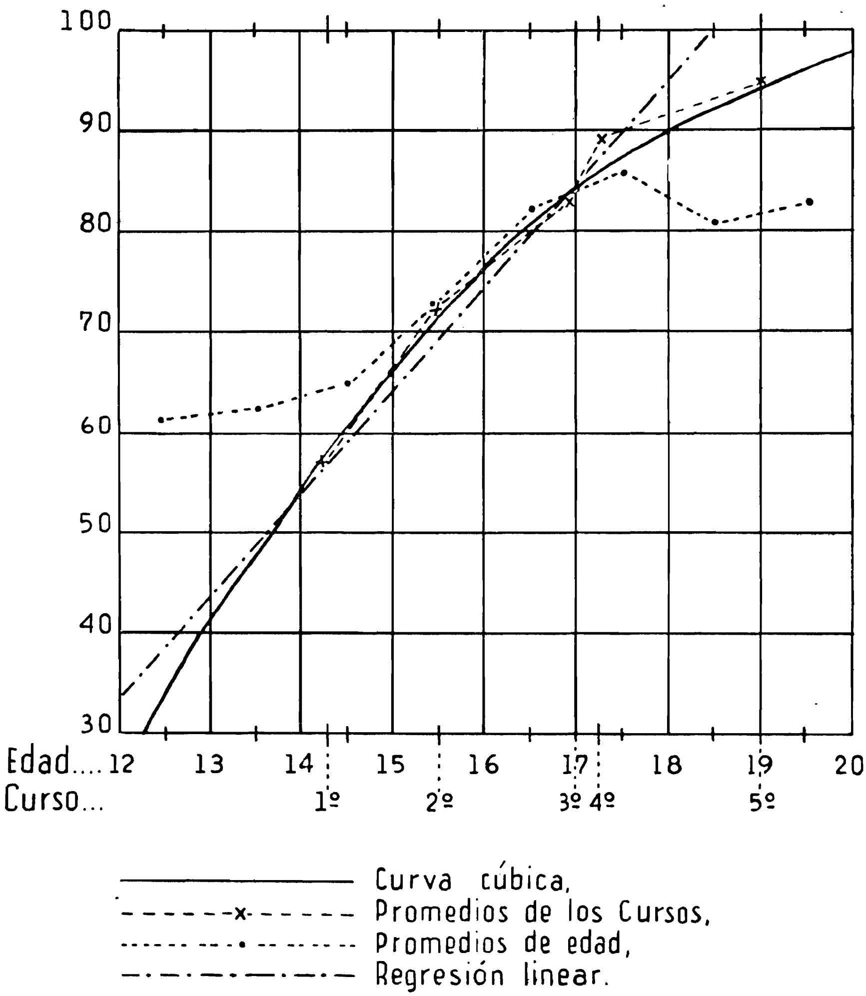
$$Y' = -241.1438 + 27.8188\ X - .3436\ X^2 - .0100X^3$$

TABLA Nº 11: Resultados ajustados

Promedio ajustado por curso	Curso	Edad	Ajuste	cúbico
		-20	(97.78)	
		-19.5		(96.53)
94.70	5º ————	-19	(94.80)	
		-18.5		92.61
		-18	89.96	
86.06	4º ————	-17.5		86.87
82.97	3º ————	-17	83.35	
		-16.5		79.40
		-16	75.04	
71.25	2º ————	-15.5		70.27
		-15	65.11	
57.75	1º ————	-14.5		59.56
		-14	(53.64)	
		-13.5		(47.36)
		-13	(40.72)	
		-12.5		(33.73)
		-12	(26.41)	

La tabla Nº 11 nos da los valores calculados para las edades de 12 a 20 años, pero hemos de recordar que los promedios de edad utilizados para la interpolación van de 14.35 a 18.98 años, es decir que los datos relativos a las edades situadas entre estos dos límites nos merecen mayor confianza que los demás, obtenidos por extrapolación.

Para darnos cuenta de lo realizado, hagamos otra vez una gráfica representando los datos de la tabla Nº 11 (véase Gráfica Nº 5).



La gráfica Nº 5, nos enseña lo siguiente:

a) Salvo para el 4º Curso, hay acuerdo casi exacto entre los promedios de los cursos y la curva de regresión cúbica;

b) La curva de regresión cúbica se ajusta mucho mejor a la línea de regresión múltiple linear que cualquier curva antes estudiada;

c) Entre los 15½ y los 16½ años, en los grupos de edad completos y en menor grado, entre los 14½ y los 17½ años, la curva cúbica y los promedios de edad se desarrollan paralelamente.

Dicho de otro modo, la nueva curva, aunque obtenida por un procedimiento nada ortodoxo, parece ajustarse mejor que las anteriores, tanto a los hechos cuanto a las exigencias teóricas que se suelen hacer a una curva de regresión.

Una última forma de proceder se impone antes que todo por la consideración de los pasos que han de seguir la determinación de las normas de edad.

Efectivamente no nos basta saber que a una edad X le corresponde un promedio de Y' puntos; queremos saber cómo hemos de calificar a un niño de X años que haya obtenido Y puntos; dicho de otro modo, necesitamos una escala de calificación. No es nuestro propósito aquí discutir los méritos de las distintas escalas de calificación. Nos vamos a atener únicamente a una escala clásica y que se puede suponer bien conocida por todos: el cociente intelectual.

Aplicando la fórmula tradicional,

$$C\ I = \frac{E\ M}{E\ C} \times 100$$

y sus derivaciones nos resulta fácil de calificar, por ejemplo, a un niño de 12 años que obtenga un resultado igual al promedio de los 15 años, con un CI de 125, e inversamente, a un alumno de 15 años que obtenga un promedio correspondiente a los 12 años, con un CI de 80.

Sin embargo, son dos las consideraciones que se oponen al uso de este procedimiento tan sencillo: en primer lugar, porque, según han demostrado Terman, Wechsler y otros, más allá de los 14 o 15 años ya no tiene aplicación la fórmula; en segundo lugar, porque el procedimiento requiere el cumplimiento de ciertas condiciones teóricas que resultan difíciles de controlar en nuestro caso.

Para eliminar la primera dificultad, Wechsler propone abandonar por completo el concepto tradicional del cociente intelectual y basarse para calcularlo, en medidas estadísticas estándard. Propone tomar como unidad de CI un décimo del error probable, según la fórmula:

$$CI = 100 + \frac{(X - M)}{0.1\ EP} = 100 + \frac{(X - M)}{.06745\ \sigma} = 100 + \frac{14.8258\ (X - M)}{\sigma}$$

La mayoría de los investigadores han aceptado este criterio, exigiendo ahora la concordancia entre los CI obtenidos en base a las medidas estándard y los obtenidos según la fórmula tradicional.

Tal exigencia explica la segunda consideración teórica mencionada arriba: para que concuerden los CI estándard con los CI empíricos, es preciso que la desviación estándard aumente progresivamente con la edad.

Pongamos un ejemplo para aclarar este concepto; un test cualquiera tiene las normas siguientes:

15 años	—	90 puntos
14 "	—	80 "
13 "	—	70 "
12 "	—	60 "

Supongamos ahora que un muchacho de 15 años obtiene, en test, 60 puntos, y otro de 12 años, obtiene 90. El primero tendrá, según la definición clásica, una edad mental de 12 años, el segundo de 15 años. Haciendo la cuenta, nos sale:

$$\text{I.} \quad EC = 15 \quad EM = 12 \quad CI = \frac{1200}{15} = 80$$

$$\text{II.} \quad EC = 12 \quad EM = 15 \quad CI = \frac{1500}{12} = 125$$

La misma diferencia de 30 puntos en el test, da pues, para el primero, una diferencia de 20 puntos de CI y para el segundo, una diferencia de 25 puntos de CI. Aplicando el criterio de Wechsler, las diferencias son de 2 EP y 2.5 EP, respectivamente, o sea que EP y desviación estándard son:

$$\text{I.} \quad EP = \frac{30}{2} = 15 \text{ puntos} \qquad \sigma = 1\ 4826\ EP = 22.24$$

$$\text{II.} \quad EP = \frac{30}{2\ 5} = 12 \text{ puntos} \qquad \sigma = 1\ 4826\ EP = 17.79$$

Este principio nos da una nueva posibilidad de calcular normas de edad. En efecto, si

$$CI = 100 + \frac{(X-M)}{.06745\,\sigma} = 100 + \frac{14.8258\ (X-M)}{\sigma}$$

se sigue de ahí que

$$(X-M) = (.06745\,\sigma)\ (CI-100)$$

$$X = M + (.06745\,\sigma)\ (CI-100)$$

$$\sigma = \frac{14.8258\ (X-M)}{CI-100}$$

o sea que, conociendo el cociente intelectual y la desviación estándard, estamos en condiciones de calcular el puntaje X que corresponda a tal cociente intelectual. Y siendo:

$$CI = \frac{EM}{CE} \times 100,$$

podemos calcular los valores correspondientes a cualquier edad mental. Pero aquí también nos persigue la inadecuación de la muestra. En efecto, siendo incompletos la mayoría de nuestros grupos de edad, nos es imposible calcular desviaciones estándard algo confiables.

Las obtenidas no nos pueden servir de mucho, como resulta de la tabla Nº 12.

TABLA Nº 12: Desviaciones estándard obtenidas con su error estándard

	Edad	N	σ	$\left(\sigma_\sigma \sqrt{1-r_{mx}^2}\right)$
	19.5	18	22.64	3.622
	18.5	34	25.63	2.983
	17.5	64	21.81	1.850
	16.5	92	22.53	1.594
Grupo más numeroso	15.5	100	23.10	1.567
	14.5	72	17.84	1.427
	13.5	47	14.45	1.430
	12.5	11	6.92	1.416

El grupo que parece más completo es el de 15 años. Si hacia arriba disminuyen las deviaciones estándard y hacia abajo, disminuyen a un ritmo acelerado, esto se debe antes que todo a que el tamaño del grupo influye sobre las desviaciones estándard: ésta tiende a ser mayor en un grupo grande que en un grupo pequeño. ¿Cómo podríamos obviar tal dificultad? Si comparamos entre sí los errores estándard de las desviaciones estándard (4ª columna), notamos que éstos progresan en forma mucho más regular. Ahora bien, habiendo sido obtenido el error estándard de la desviación estándard por medio de la ecuación

$$\sigma_\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{2N}}\sqrt{1-r_{mx}^2} = \frac{.9597\ \sigma}{\sqrt{2N}}$$

(para un valor de $r^{mx} = + .281$: correlación entre resultados y edad), podemos invertir tal ecuación para calcular la desviación estándard en base a su error estándard, y sustituyendo a las N variables una N constante, por ejemplo las que corresponden al grupo mayor de N = 100, obtendremos desviaciones estándard hipotéticas para grupos de tamaño igual. La ecuación reza entonces:

$$\sigma = \sigma_{\sigma} \frac{\sqrt{2N}}{.9597} = \sigma_{\sigma} \frac{\sqrt{200}}{.9597} = 14.7360 \ \sigma\sigma$$

A estos valores podemos nuevamente tratar de ajustar una curva, para suavizarlos. En la tabla Nº 13 se presentan las desviaciones estándard obtenidas y ajustadas con sus respectivos errores probables, definiéndose el error probable como

$$EP = .6745 \ \sigma$$

TABLA Nº 13. Desviación estándard y error probable.

Edad	N	σ_σ	σ obte-nida.	14.7360 σ_σ	σ ajus-tada.	EP obte-nido.	EP calcu-lado.	EP ajus-tado.	EP utiliza-do para CI.
19.5	18	3.622	22.64	(53.37)	24.60	15.27	(36.00)	16.59	17.8
18.5	34	2.983	25.63	(43.96)	24.33	17.29	(29.65)	16.41	17.4
17.5	64	1.850	21.81	27.26	24.00	14.71	18.37	16.19	17.0
16.5	92	1.594	22.53	23.49	23.51	15.20	15.84	15.86	16.4
15.5	100	1.567	23.10	23.09	22.90	15.58	15.57	15.45	15.5
14.5	72	1.427	17.84	21.03	22.12	12.03	14.18	14.92	14.5
13.5	47	1.430	14.45	21.07	21.08	9.75	14.21	14.22	13.5
12.5	11	1.416	6.92	20.87	19.67	4.67	14.08	13.27	12.5

NOTAS:

(1).— El ajuste de σ ha sido obtenido por interpolación y corresponde aproximadamente a las ecuaciones de regresión

$$Y'_1 = -8.7317 + 3.2959\ X - .0812\ X^2 \ 6$$
$$Y'_2 = +2.0135 + 1,2831\ X + .0425\ X^2 - .0025\ X^3$$

(2).— La EP utilizada para el cálculo del CI resulta de una ecuación de regresión linear entre los promedios por edad y los valores empíricos para los niveles de edad inferiores.

Sin insistir demasiado en la exactitud de los valores de desviación estándard ajustados, veamos las consecuencias que de ellos se podrían deducir. Como dijimos, Wechsler toma la unidad del CI como 0.1 EP. Un EP de 15.45 puntos como el que corresponde a los 15½ años representaría pues 10 puntos de CI: El que tuviera 15.45 puntos más que la media de 15½ años, tendría un CI de 110, el que tuviera 15.45 puntos menos, un CI de 90. Por otra parte atribuiríamos un CI de 90 y de 110, respectivamente a los sujetos que tuvieran una edad mental X tal que

$$.90 = \frac{X}{15.5} \quad y \quad 1.10 = \frac{X}{15.5},$$

o sea:

$$CI = 90 \qquad EC = 15.5 \qquad EM = 15.5 \times .9 = 13.95$$

$$CI = 110 \qquad EC = 15.5 \qquad EM = 15.5 \times 1.1 = 17.05$$

Si el postulado de coincidencia entre las dos fórmulas para hallar el CI se cumple estrictamente, los resultados típicos para los 13.95 y los 17.05 años estarían a una distancia de 15.45 puntos de la media correspondiente a los 15½ años. Para los 14½ años, esta distancia sería de

$$\frac{15.50 - 14.50}{15.50 - 13.95} EP = \frac{1.00}{1.55} 15.45 = 9.9677$$

o sea, casi 10 puntos cabales. Igual cosa sucedería para el grupo de los de 16½ años.

Generalizando, se puede decir que la diferencia *d* entre dos medias de grupos de edad X_1 y X_2 ha de ser el error probable de X_1 por la razón entre $X_2 - X_1$ entre $X_1/10$, o sea, en una ecuación

$$d_{MX_1X_2} = EPx_1 \frac{X_2 - X_1}{.1X_1} = EPx_2 \frac{X_2 - X_1}{.1X_2}$$

Calculando las diferencias para los promedios de 12 a 16 años, en base a los valores calculados y al ajuste, y con las dos ecuaciones (que con datos empíricos darán valores ligeramente diferentes), obtenemos:

TABLA Nº 14: diferencias entre medias calculadas en base a los errores probables

EDADES	CON E P CALCULADO EN BASE A		CON E P AJUSTADO EN BASE A	
	X_1	X_2	X_1	X_2
15—16	10.05	9.60	9.97	9.61
14—15	9.78	10.05	10.29	9.97
13—14	10.53	9.78	10.53	10.29
12—13	11.26	10.53	10.62	10.53

Como se ve, los valores fluctúan alrededor de 10, lo que concuerda con datos obtenidos anteriormente por medio de las ecuaciones de regresión múltiple. Además se encuentra tal diferencia de 10 puntos entre edades vecinas en la tabla de normas de edad norteamericana. Parece pues que la diferencia entre promedios de grupos de edad es un dato relativamente estable de la prueba, mientras las normas de edad absolutas varían mucho de un ambiente a otro. Llegamos ahora a la conclusión. Hemos calculado normas teóricas por varios métodos, obteniendo datos algo diferentes en los detalles, pero concordantes en lo esencial, sobre todo para los grupos de edad más completos. Nos queda por elegir entre los valores obtenidos y calculados, aquellos que merezcan más confianza.

Tenemos tres datos que nos pueden servir de punto de partida:

a) Las medias empíricas de los grupos de edad más completos (15½ y 16½ años) son 72.20 y 82.11, respectivamente.
b) Las diferencias entre promedios de edad son de 10 puntos, aproximadamente.
c) Las diferencias tienden a disminuir en los niveles de edad superiores.

La comparación de las dos medias empíricas que se pueden considerar como más o menos confiables, con los respectivos valores dados por las cuatro ecuaciones de regresión demuestra que las ecuaciones tienden a dar valores inferiores a los realmente obtenidos (véase tablas Nos. 9 y 11). Puede provenir este fenómeno —como también la excesiva curvatura de las curvas de regresión no lineares— del gran retraso pedagógico observado en el último curso, por una parte, y por otra, de tener en primer curso a algunos incapaces que ya con los primeros exámenes trimestrales se tendrán que salir de la escuela.

La diferencia entre los promedios empíricos de los 15½ y 16½ años y los valores dados por la ecuación de regresión linear es de 3 puntos, aproximadamente. Suponiendo un error probable de 15, 3 puntos de diferencia en los resultados del Test darán 2 puntos de diferencia en el CI, lo que es inferior al error de medida que es de esperar en el cálculo de los CI. Observando, además, que hacia los niveles de edad más bajos los valores empíricos tienden a ser más bien inferiores a los de la ecuación de regresión linear (véanse tablas Nos. 5 y 6), nos atendremos mejor a un valor cerca del límite inferior de la diferencia.

TABLA Nº 15: Normas para las edades de 12 a 16 años.

EDAD	LIMITE INFERIOR (Regresión linear)	LIMITE SUPERIOR (Promedios obtenidos)	Ajuste ideal	Normas aproximadas
16.5	79.23	82.11	82	80
15.5	69.02	72.20	72	70
14.5	58.82	—	61	60
13.5	48.61	—	50	50
12.5	38.40	—	39	40

Aplicando el mismo método con los valores para edades superiores a los 16 años, obtenemos:

TABLA Nº 16: Normas para las edades de 16 a 19 años

Edad	Valor mínimo	Valor máximo	Ajuste ideal	Normas aproximadas
19.5	93.34	101.50	97	95
18.5	92.61	96.93	95	92
17.5	86.87	91.01	89	87
16.5	79.23	83.46	82	80

Obsérvese que en ningún caso —con excepción de los 18½ años— las normas propuestas desvían en más de 2 puntos de las normas que podríamos considerar ideales.

Tal diferencia da lugar a errores hasta de 1.33 puntos de CI, lo que, comparándolo con el error estándard de 4.51 puntos de CI que admite Terman para los CI medios de su prueba, resulta una cifra despreciable.

Lo que perdemos en exactitud, lo ganamos en facilidad de manejo. Con 10 puntos de intervalo entre los grupos de edad X_1 y X_2, las unidades de CI se hacen 0.1 X_1 y 0.1 X_2, respectivamente, o sea que por cada 1.4 puntos que tenga un muchacho de 14 años en más o menos de la norma de su grupo, le sumaremos o le restaremos una unidad de CI. Más arriba de 16 años no será posible usar esta sencilla relación, y hemos de ajustarnos allí a los EP calculados y ajustados.

Damos en la tabla Nº 17 las normas de edad con las respectivas unidades de CI, y en la tabla Nº 18, los CI ya calculados.

TABLA Nº 17: Normas de edad y unidades de CI.

EDAD		NORMAS		UNIDADES DE C I.	
20		96		1.80	
	19.5		95		1.78
19		94		1.76	
	18.5		92		1.74
18		90		1.72	
	17.5		87		1.72
17		84		1.67	
	16.5		80		1.64
16		75		1.60	
	15.5		70		1.55
15		65		1.50	
	14.5		60		1.45
14		55		1.40	
	13.5		50		1.35
13		45		1.30	
	12.5		40		1.25
12		35		1.20	

TABLA Nº 18: COCIENTES INTELECTUALES

Edad Puntos	12	12½	13	13½	14	14½	15	15½	16	16½	17	17½	18	18½	19	19½	20
180										161	157	155	152	151	149	148	147
175									162	158	154	152	149	148	146	145	144
170									159	155	151	149	147	145	143	142	141
165								161	156	152	149	146	144	142	140	139	138
160								158	153	149	146	143	141	139	138	137	136
155							160	155	150	146	143	140	138	136	135	134	133
150						162	157	152	147	143	140	137	135	133	132	131	130
145						159	153	148	144	140	137	134	132	130	129	128	127
140					161	155	150	145	141	137	134	131	129	128	126	125	124
135				163	157	152	147	142	138	134	131	128	126	125	123	122	122
130				159	154	148	143	139	134	130	128	125	123	122	120	120	119
125			162	156	150	145	140	135	131	127	125	122	120	119	118	117	116
120			158	152	147	141	137	132	128	124	122	119	117	116	115	114	113
115		160	154	148	143	138	133	129	125	121	119	116	115	113	112	111	111
110	162	156	150	144	140	134	130	126	122	118	116	114	112	110	109	108	108
105	158	152	146	141	136	131	127	123	119	115	113	111	109	107	106	106	105
100	154	148	142	137	132	128	123	119	116	112	110	108	106	105	103	103	102
95	150	144	138	133	129	124	120	116	112	109	107	105	103	102	101	100	99
90	146	140	135	130	125	121	117	113	109	106	104	102	100	99	98	97	97
85	142	136	131	126	121	117	113	110	106	103	101	99	97	96	95	94	94
80	138	132	127	122	118	114	110	106	103	100	98	96	94	93	92	92	91
75	133	128	123	119	114	110	107	103	100	97	95	93	91	90	89	89	88
70	129	124	119	115	111	107	103	100	97	94	92	90	88	87	86	86	86
65	125	120	115	111	107	103	100	97	94	91	89	87	85	84	84	83	83
60	121	116	112	107	104	100	97	94	91	88	86	84	83	82	81	80	80
55	117	112	108	104	100	97	93	90	88	85	83	81	80	79	78	78	77
50	112	108	104	100	96	93	90	87	84	82	80	78	77	76	75	75	74
45	108	104	100	96	93	90	87	84	81	79	77	75	74	73	72	72	72
40	104	100	96	93	89	86	83	81	78	76	74	72	71	70	69	69	69
35	100	96	92	89	86	83	80	77	75	73	71	69	68	67	66	66	66
30	96	92	88	85	82	79	77	74	72	70	68	66	65	64	64	63	63
25	92	88	85	81	79	76	73	71	69	66	65	64	62	61	61	61	61
20	88	84	81	78	75	72	70	68	66	63	62	61	59	59	58	58	58
15	83	80	77	74	71	69	67	65	62	60	59	58	56	56	55	55	55
10	79	76	73	70	68	66	63	61	59	57	56	55	53	53	52	52	52
5	75	72	69	67	64	62	60	58	56	54	53	52	51	50	49	49	49
0	71	68	65	63	60	59	57	55	53	51	50	49	48	47	47	47	47

Cabría preguntarse —y más de un lector lo habrá hecho desde hace tiempo— si vale la pena realizar trabajos tan voluminosos para obtener en fin, valores meramente aproximados.

A tal objeción se pueden dar dos respuestas:

1º—Hemos demostrado que nuestras normas de edad —y con ella, los CI alrededor de 100— no difieren en más de 2 puntos de las normas verdaderas. Estimando la fidedignidad *) del test por medio de la fórmula de *Kuder-Richardson* abreviada, obtenemos $r_{tt} = .9125$, de donde nos es posible calcular el error stándard de la medida

$$\sigma t_{\infty} = \sigma t \sqrt{1 - r_{tt}} = 22.7244 \sqrt{1 - .9125} = 6.7220$$

Quiere decir eso que en 2 entre 3 casos es de esperar que el resultado empírico de un sujeto no difiera más de 6.7 puntos del resultado que hubiera obtenido de haber podido controlarse todos los factores de casualidad que pueden haber influido en su trabajo. Nuestras normas de edad, con sus correspondientes CI, son pues, en realidad, más exactas que el mismo instrumento de medida, que es el test. Es verdad que, debido a la inseguridad en la estimación de los EP para los distintos grupos de edad, los CI extremos (de 130 para arriba, y de 70 para abajo) presentan valores mucho más problemáticos; pero ese rasgo lo comparte el Test Illinois con la mayoría de las pruebas de inteligencia para adultos. Además, lo que se suele pedir a una prueba colectiva, es que sea un instrumento cómodo para la clasificación de individuos en un grupo; no se le suele exigir una medida exacta para determinar grados de adelanto o retraso.

2º—Queda que con apreciaciones empíricas, y sin hacernos tanta molestia, podíamos haber llegado a normas casi idénticas; y así es también como procedemos en otras pruebas. Pero si nos hemos tomado la molestia de coger por la vía de la exactitud y el constante control estadístico, fue para darnos cuenta de todos los problemas implicados en la estandarización de pruebas en nuestro medio ambiente. Y si publicamos los resultados, lo hacemos en vista de despertar la conciencia de tal problemática, de explicar por qué la adaptación de pruebas a nuestro medio ambiente no es cosa tan fácil como se suele creer y de solicitar al magisterio su cooperación en la formación de muestras experimentales más representativas para investigaciones futuras.

*) La fidelidad de un test se puede definir como la correlación del test consigo mismo. La fórmula abreviada a que se alude, reza

$$r_{tt} = \frac{n\,\sigma^2_t - M\,(n-M)}{(n-1)\,\sigma^2_t}, \quad \text{en donde:}$$

n = número total de ítems (en el Test Illinois = 204) y

σt = desviación estándard del Test entero.

Creemos haber demostrado también que el retraso pedagógico es un fenómeno más serio que lo que se cree comúnmente ya que, según demuestra a las claras la tabla Nº 6, cada año de retraso significa en un promedio un resultado inferior al normal en 14.0926 puntos, o sea, convirtiéndolo a unidades de CI, un CI de aproximadamente 10 puntos más bajo que el normal. Si el retraso proviene de esta falta de inteligencia, hay que eliminar a los retrasados de las escuelas superiores para que no ocupen puestos que corresponden a más inteligentes; si al contrario la inteligencia baja es el resultado del retraso pedagógico, conviene tomar medidas para asegurar que los niños ingresen a las escuelas al no más cumplir la edad que para ello fija la ley.

4.—*EL PROBLEMA DE LA MUESTRA ADECUADA*

Según lo hemos dicho, todo el problema discutido en estas páginas ha surgido por la inadecuación de la muestra en la cual la mayoría de los grupos de edad quedaron truncos. Para obtener normas de edad más seguras, hemos de procurar, en el porvenir, formar muestras más representativas de la población que se pretende examinar. Tal es nuestro propósito. Nos queda por ver, en qué forma se puede cumplir y cuáles son las dificultades que se oponen a su realización.

Podemos formar una muestra representativa por dos vías:

a) Cuidar que tengamos suficientes grupos de edad completos;
b) Seleccionar en cada grupo de edad los casos más normales.

a) La primera vía parece relativamente fácil. Lo único que exige, es material y tiempo. Considerando que un grupo de edad se distribuye principalmente sobre 4 grados diferentes, el que le corresponde, uno de adelanto y dos de retraso —es decir, uno principal y tres adicionales— hemos de examinar, para obtener n grupos de edad completos, (n + 3) grados escolares. Este diseño experimental lo hemos previsto para varias pruebas que están en vías de ensayo. Sin embargo, aun aquí encontramos una serie de dificultades:

1º—En primer lugar nos exponemos a obtener resultados equivocados porque la deserción escolar actúa como un factor selectivo difícil de controlar. Resulta claro que si de 80 alumnos en 1er. grado, quedan 40 en 6º grado, y de éstos pasan 20 al Plan Básico, el alumnado de cada uno de esos tres niveles pedagógicos representa una muestra distinta que no es estrictamente comparable con los demás.

2º—Hay muchas pruebas cuya aplicación se limita a pocos niveles pedagógicos; por ejemplo, las que presuponen cierta rapidez de lectura y escritura no pueden usarse en los grados inferiores, mientras otras resultan demasiado fáciles para los niveles superiores.

3º—Debido a la estrechez de nuestro medio ambiente, un test que hemos ya corrido en gran escala nos resulta inútil por largos años, pues si los alumnos provenientes de la escuela "A" conocen el test y los de la escuela "B", no, sería injusto usarlo como método de clasificación en el examen de admisión de la escuela superior "C" adonde llegarán alumnos tanto de A como de B. Tampoco nos es posible probar el test en San Miguel o Santa Ana para usarlo luego en San Salvador, pues además de que van pasando alumnos de una cuidad a otra, hemos comprobado, en tres años sucesivos, que los resultados de pruebas difieren sustancialmente entre las tres ciudades, de modo que las normas de una no sirven para la otra.

4º—Con frecuencia se nos pide un test para un examen de admisión donde, por definición, hay un solo nivel pedagógico y se nos piden los resultados lo más pronto posible. No es cuestión de irlo aplicando en gran escala porque no disponemos de los medios ni del personal necesarios, ni tampoco —por lo expuesto en el numeral 3º— de tomar un test ya corrido. Aquí no nos queda sino dar resultados provisionales sin disponer de ningún dato seguro.

Resumiendo lo dicho, la vía del muestreo por grupos completos nos plantea la alternativa: o sea, medidas seguras, pero inutilizables por estar conocidas, o sea, tests desconocidos sin normas seguras.

b) La segunda vía resultará quizás más practicable a lo largo. La principal dificultad la hemos discutido en páginas anteriores: ¿Según qué principio seleccionaremos los casos más representativos?

1º—Según lo apuntamos, tal selección no puede basarse en la mayor o menor normalidad del nivel pedagógico ya que en nuestro medio ambiente, un nivel pedagógico normal constituye más bien la excepción que la regla. Habría que definir primero lo que entendemos por "Nivel pedagógico normal".

2º—Pero una solución posible la encontramos en la combinación de pruebas. Efectivamente, si una prueba bien estandarizada nos sirve para algo, es para delimitar un grupo psicológicamente normal. Si ahora utilizamos este mismo grupo para estandarizar otras pruebas, tenemos una muestra experimental seleccionada intencionalmente que puede valer mucho más que otra más numerosa, aparentemente seleccionada al azar, pero donde interviene un sinnúmero de factores sin controlar.

En esta forma hemos de planear la investigación psicológica en el porvenir, y para ello necesitamos una escuela de aplicación cuyo alumnado sea relativamente estable. Aplicando repetidos tests en el mismo medio ambiente, podremos controlar los resultados de un test por los del otro y obtener poco a poco mayor seguridad y confianza en las medidas.

San Salvador, octubre 1956.